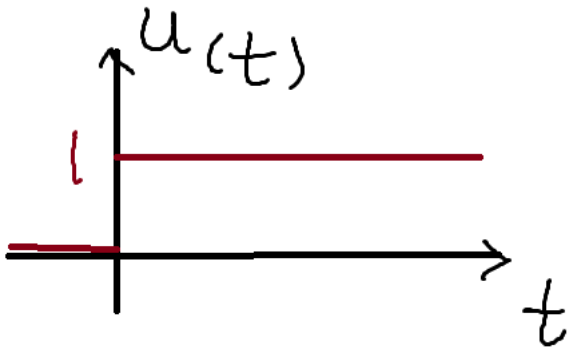
توابع ویژه و سیستم

تابع پله واحد unit step

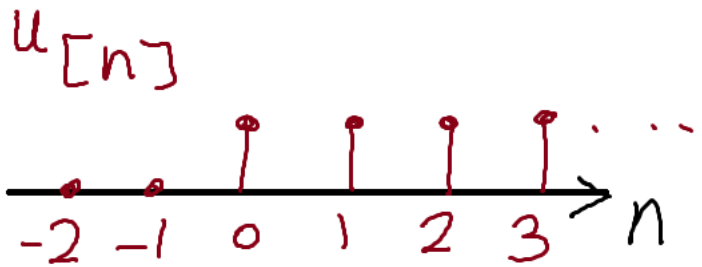
- زمان پیوسته

$$u(t) = \begin{cases} 1, t \geq 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$$



- زمان گسسته

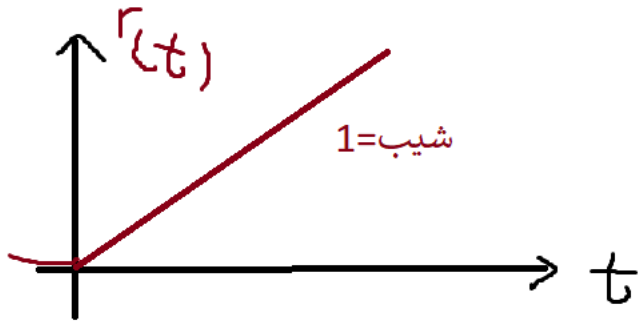
$$u[n] = \begin{cases} 1, n \geq 0 \\ 0, n < 0 \end{cases}$$



- مثال شیفت و ترکیبی

تابع شیب واحد unit ramp

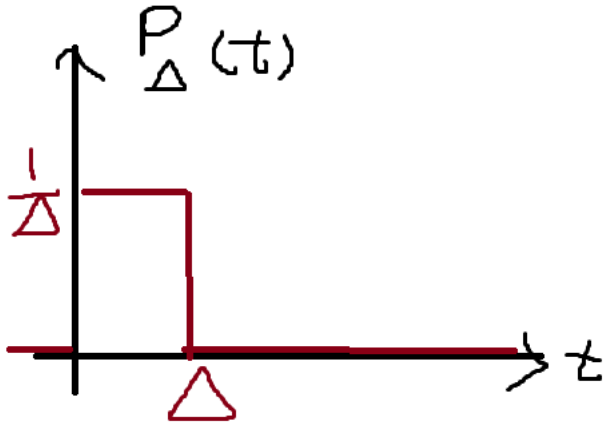
- $r(t) = \begin{cases} t, t > 0 \\ 0, t \leq 0 \end{cases}$
- $r(t) = \int_{-\infty}^{t} u(\lambda) d\lambda$



- مثال شیفت و ترکیبی

تابع پالس Pulse

- $P_\Delta(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta}, 0 < t < \Delta \\ 0, else \end{cases}$



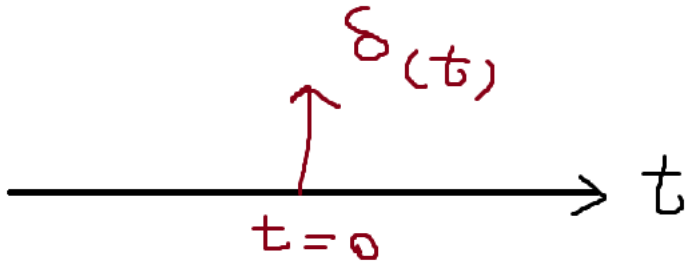
- $\int_{-\infty}^{+\infty} P_\Delta(t)dt = 1$

- $P_\Delta = \frac{u(t)-u(t-\Delta)}{\Delta}$

- مثال: بار نقطه ای، فشار روی سطح صفر

تابع ضربه واحد (دلتای دیراک) Delta

- $\delta(t) = \begin{cases} 0, t \neq 0 \\ \text{ویژگی}, t = 0 \end{cases}$



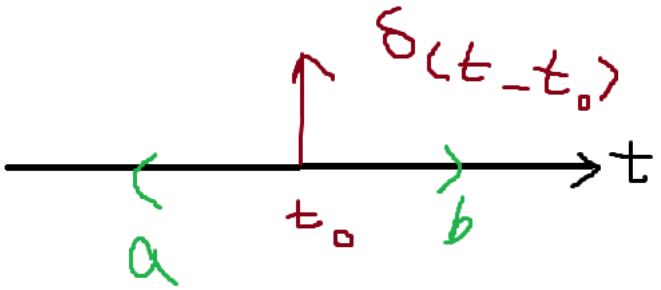
- ویژگی: $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1$

- $\delta(t) = \lim_{\Delta \to 0} \frac{u(t)-u(t-\Delta)}{\Delta} = \frac{du(t)}{dt}$

- $u(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(\gamma)d\gamma$

خصوصیات

- $\forall t_0 \in (a,b)$: $\int_a^b \delta(t-t_0)dt = 1$



- $f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t-t_0)$ خاصیت جداسازی

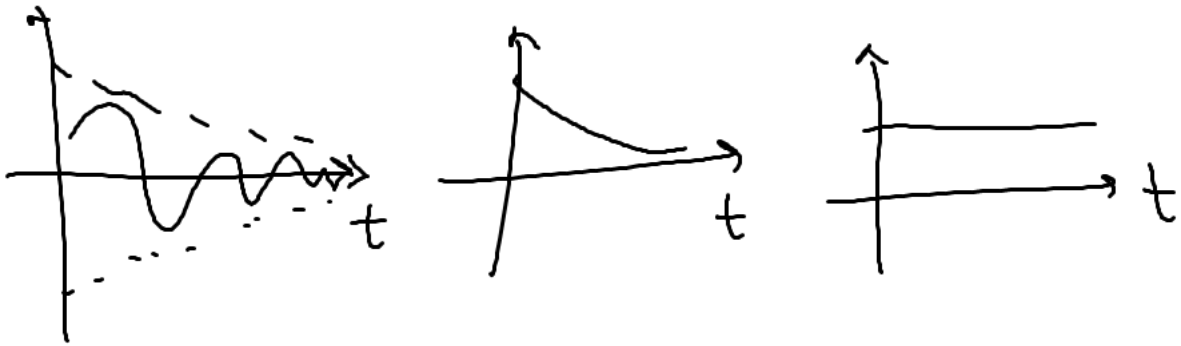
- $\forall t_0 \in (a,b)$: $\int_a^b f(t)\delta(t-t_0)dt = f(t_0)$

ادامه خصوصیات

- $\delta(-t) = \delta(t)$
- $\delta(\alpha t) = \frac{1}{|\alpha|}\delta(t)$
- x_1 و x_2 و ... ریشه های حقیقی f(x) هستند:
- $\delta\big(f(x)\big) = \frac{\delta(x-x_1)}{|f'(x_1)|} + \frac{\delta(x-x_2)}{|f'(x_2)|} + \cdots$
- مثال مهم امتحانی

پایداری سیگنالها

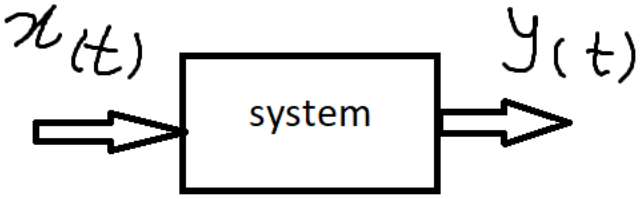
- سیگنال پایدار سیگنالی است که با افزایش زمان بدون کران افزایش پیدا نکند. سیگنالهای پایدار کراندار هستند. مانند سیگنالهای زیر:



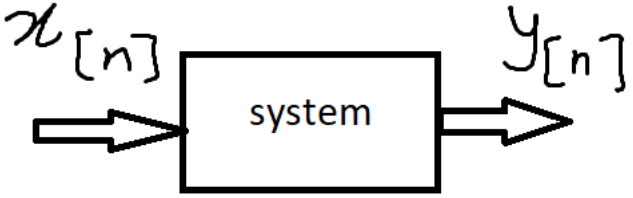
سیستم ها

- تعریف: فرآیندی که باعث تغییر در سیگنال می شود.
- مثال: انواع مدار ، اتومبیل ، آب میوه گیری، ....

- سیستم زمان پیوسته:



- سیستم زمان گسسته:



ویژگی سیستم ها

- **الف)** سیستم های با/ بدون حافظه
- سیستم بدون حافظه سیستمی است که خروجی آن در هر لحظه به ورودی در همان لحظه بستگی داشته باشد.
- مثال:

$Y(t)=2x(t)$

$V(t)=R\ i(t)$

$Y(t)=5x(t-1)$

ولتاژ خازن، جریان سلف، انتگرال گیر

- **ب) سیستم عکس پذیر و عکس ناپذیر**

تعریف: سیستم عکس پذیر سیستمی است که ۱. به ازای ورودی های مجزا خروجی های مجزا بدهد یا ۲. با داشتن خروجی بتوانیم ورودی را تعیین کنیم.

یا ادعا می کنیم سیستم عکس پذیر است و سیستم عکس را به دست می آوریم.

یا اینکه عکس پذیر نیست و برای اثبات آن کافی است دو تا ورودی مجزا بدهیم و خروجی یکسان به دست آوریم.

مثال:

$$Y(t)=k\,x(t)$$

- مثال:

1)$y(t)=\cos(x(t))$

2)$y(t)=x^2(t)$

- ج) سیستم علی ، غیر علی (causal)

سیستم علی سیستمی است که:

۱. خروجی آن در هر لحظه به ورودی همان لحظه و لحظه های گذشته (زمان های گذشته) بستگی داشته باشد.

۲. خروجی آن در هر لحظه به ورودی آینده بستگی نداشته باشد.

سیستم های بدون حافظه علی هستند.

مثال:

1) $y[n]=3x[n-1]+4$

2) $y(t)=x(-t)$

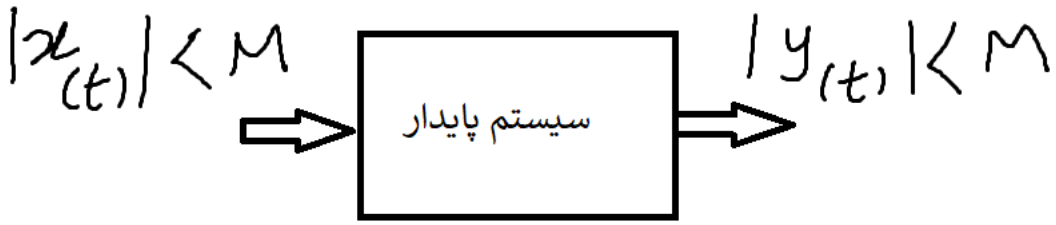
3) $y[n]=x^2[n-3]$

4)$y[n]=x[n+2]$

4) $y(t)=Cos(t+1)x(t)$

- د) سیستم پایدار

تعریف: سیستم پایدار سیستمی است که به ازای هر ورودی پایدار ، خروجی پایدار بدهد.



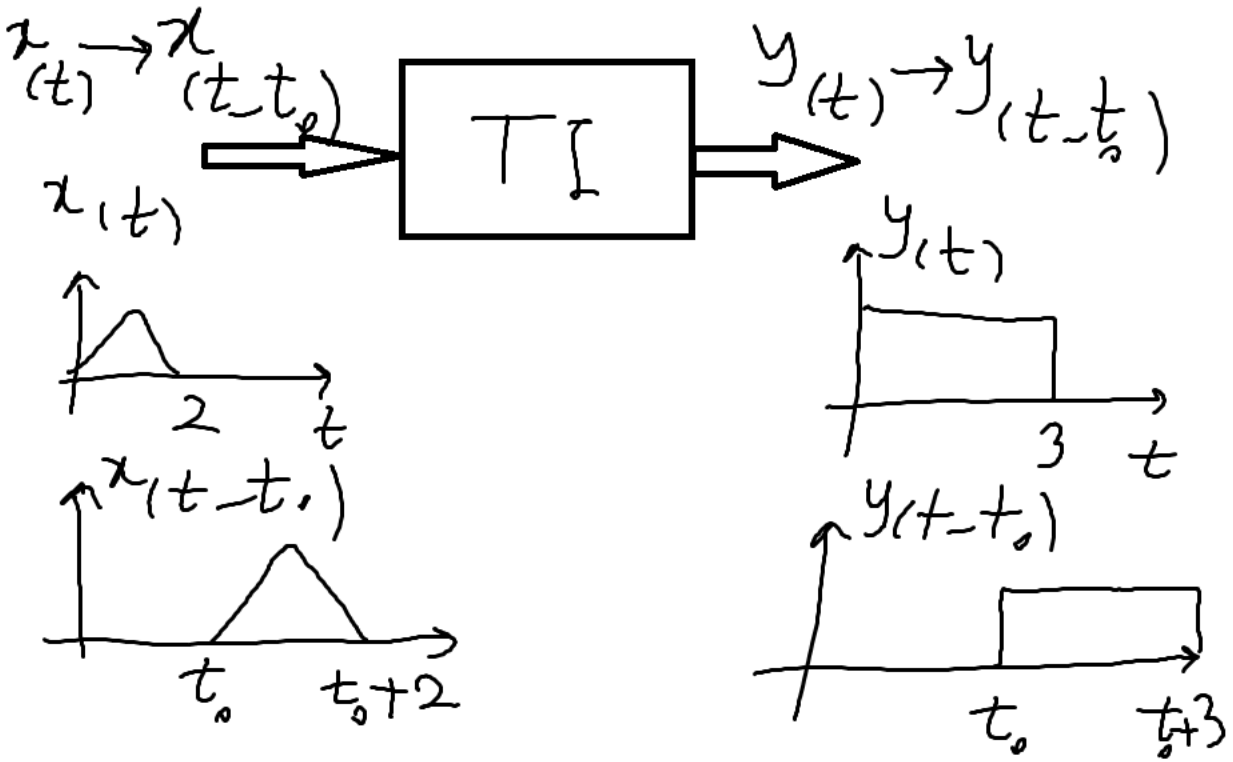
مثال: ۱) سیستم مشتق گیر

۲)سیستم انتگرال گیر

۳) $y(t) = e^{x(t)}$

تغییر پذیر با زمان / تغییر ناپذیر با زمان
Time Variant (TV)/ Time Invariant (TI)

- سیستم تغییر ناپذیر با زمان سیستمی است که شیفت زمانی در ورودی باعث همان شیفت در خروجی می شود (سیستم در طول زمان تغییر نمی کند)



- مثال:

$$y(t) = tx(t)$$

خطی / غیر خطی
Linear (L) / non Linear

- سیستم خطی سیستمی است که دارای خاصیت مهم جمع آثار باشد:
$$\alpha x_1(t) + \beta x_2(\mathrm{t}) \rightarrow \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$$
- خاصیت مهم سیستم خطی: ورودی صفر: خروجی صفر
- مثال:

1) $y(t)=a\ x^2(t)$

2) $y(t)=a\ x(t) +b$